Uma questão enviada pelo aluno Paulo Santos – 30/10/2017

Encontre o valor de

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}}$$

Uma solução: (Professor Alessandro Monteiro)

A solução clássica desta questão ocorre tomando-se $x=\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}}$. Pois, assim teremos que

$$x^2=2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}=2x.$$

O que nos leva a $x=0$ ou $x=2$. Como $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}}\neq 0$ então concluímos que

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}}=2.$$

Mas, por ser

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}}=\left(2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2...}}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=2^{\frac{1}{2}}\cdot\left(2\sqrt{2\sqrt{2...}}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{8}}\cdot\ldots$$

podemos também usar a soma de uma P.G infinita para chegar no mesmo resultado. Vejamos:

$$2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{4}}\cdot 2^{\frac{1}{8}}\cdot\ldots=2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots}$$

$$=2^{\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}}$$

$$=2.$$

Obrigado pela questão!

Deus abençoe!

matemáticamonteiro
REFORÇO UNIVERSITÁRIO
A matemática que você entende.