

1ª Lista de Matemática Elementar 1

Professor: Alessandro Monteiro

Curso: Licenciatura em Matemática (vespertino e noturno)

01. Defina os conjuntos \mathbb{Q} , $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ e \mathbb{R} .

02. Estabeleça as seguintes propriedades de proporção: Se a , b , c e d são reais diferentes de zero, tais que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} \quad \text{e} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}, \quad b \neq d.$$

02. Em cada um dos itens a seguir, decida se o número real em questão é racional ou não. Além disso, no caso de o número ser racional, escreva-o como uma fração irredutível:

- a) 2,324444...
- b) 0,1212...
- c) 2,134545...
- d) 0,1234567891011121314151617...

03. Generalize os métodos que você utilizou na questão anterior para escrever os números decimais periódicos em forma de fração.

04. Dados os números reais positivos a e b tal que $a < b$. Quem é maior: $\frac{a+1}{b+1}$ ou $\frac{a+2}{b+2}$? Justifique sua resposta.

05. Prove que $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ não são números racionais.

06. Defina potenciação, radiciação e escreva todas as suas propriedades.

07. Decida qual dos números é maior: 31^{11} ou 17^{14} .

08. Sejam a , b e c os comprimentos dos lados de um triângulo onde c é a hipotenusa. Quem é maior: $a^3 + b^3$ ou c^3 ?

09. Simplifique: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$, $\frac{2^{10} - 3^6}{2^5 + 3^3}$ e $\sqrt{\frac{16^{10} + 4^{10}}{16^4 + 4^{18}}}$.

10. Sejam a e b números racionais, e seja r um irracional. Se $a + br = 0$, então prove que $a = b = 0$.

11. Simplifique

$$\frac{3\frac{1}{2} \div 2 + 4,25 \div 11,333\dots}{0,28333\dots \times 60}$$

12. Sejam a , b , c e d números racionais, e seja r um número irracional. Se $a + br = c + dr$, prove que $a = c$ e $b = d$.

13. Simplifique a expressão:

$$\frac{(81^2)^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[5]{32^3} \cdot 125^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{27^2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{-2}}$$

14. Decida qual dos números é maior:

$$2^{100} + 3^{100} \text{ ou } 4^{100} ?$$

15. Assinale o maior dentre os números abaixo:

- a) $\sqrt[3]{\sqrt{5 \cdot 6}}$
- b) $\sqrt{6\sqrt[3]{5}}$
- c) $\sqrt{5\sqrt[3]{6}}$
- d) $\sqrt[3]{5\sqrt{6}}$
- e) $\sqrt[3]{6\sqrt{5}}$

16. Ache $\frac{\sqrt{31 + \sqrt{31 + \sqrt{31 + \dots}}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$.

- a) $6 - \sqrt{5}$
- b) $\sqrt{21}$
- c) 0
- d) $6\sqrt{5}$
- e) $\sqrt{30}$

17. Calcule o valor de $\left(1-\frac{3}{7}\right)\cdot\left(1-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(1-\frac{3}{9}\right)\cdot\dots\cdot\left(1-\frac{3}{20}\right)$.

- a) $\frac{10}{171}$
- b) $\frac{1}{3}$
- c) $\frac{17}{20}$
- d) $\frac{18}{21}$
- e) $\frac{1}{57}$

18. Supondo que A, B e C são números inteiros em que $\frac{24}{5} = A + \frac{1}{B + \frac{1}{C+1}}$,

qual é o valor de $A+2B+3C$?

- a) 9
- b) 12
- c) 15
- d) 16
- e) 20

19. Simplifique a expressão:

$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^5 \cdot (48+16) - 0,444\dots \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{8}}}\right)^8 + \sqrt[13]{-1} + \sqrt[19]{1024}}{1\frac{1}{4} \cdot \frac{25}{5} - \frac{25}{2} + \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} \cdot \frac{16}{49} + 5^{-1} \div \frac{1}{25}}$$

- a) $\frac{8}{11}$
- b) -88
- c) $-\frac{8}{11}$
- d) $\frac{11}{8}$
- e) $-\frac{11}{8}$

20. O valor de $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8} + \sqrt{\sqrt{2}-1}} - \sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2}-1}}}{\sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2}+1}}}$ é:

- a) 1
- b) $\sqrt{2}$
- c) 2
- d) $2\sqrt{2}$
- e) $3\sqrt{2}$