

---

Professor: Alessandro Monteiro  
Curso: Probabilidade e Estatística  
Lista 2: Probabilidade: Definição e Aplicações

---

1. Qual a definição clássica de probabilidade?
2. Dois dados são jogados simultaneamente. Calcule a probabilidade de que a soma dos números mostrados nas faces de cima seja 7.
3. Três moedas são jogadas simultaneamente. Qual é a probabilidade de obter exatamente 2 caras? Qual a probabilidade de obter pelo menos duas caras?
4. Suponha que os indivíduos nascem ao acaso ao longo do ano. Se numa sala existem  $n$  pessoas, qual a probabilidade de que todas tenham nascido em dias diferentes?
5. Faça a definição axiomática de probabilidade.
6. Seja  $\Omega$  um espaço amostral e  $A, B \subset \Omega$ . Mostre que:
  - 6.1.  $P(\emptyset) = 0$ ;
  - 6.2.  $P(A^c) = 1 - P(A)$ ;
  - 6.3.  $A \subset B \Rightarrow P(A) = P(B) - P(B - A)$ ;
  - 6.4.  $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$ ;
  - 6.5.  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
7. Um número entre 1 e 300 é escolhido aleatoriamente. Calcular a probabilidade de que ele seja divisível por 3 ou por 5.
8. Sejam  $A$  e  $B$  eventos tais que

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4} \text{ e } P(A \cap B) = \frac{1}{5}.$$

Calcular:

- 8.1.  $P(A \cup B)$ ;
- 8.2.  $P(A^c)$ ;
- 8.3.  $P(B^c)$ ;
- 8.4.  $P(A \cap B^c)$ ;
- 8.5.  $P(A^c \cap B)$ ;
- 8.6.  $P(A^c \cap B^c)$ ;
- 8.7.  $P(A^c \cup B^c)$ .

9. Lançamos um dado duas vezes. Seja  $a$  o número de pontos obtidos no primeiro lançamento e  $b$  os obtidos no segundo lançamento. Determine a probabilidade de a equação  $ax - b = 0$  ter raiz inteira.
10. Considere  $A$  e  $B$  dois eventos quaisquer associados a um experimento aleatório. Se  $P(A)=0,3$ ,  $P(A \cup B)=0,8$  e  $P(B) = p$ , para qual valor de  $p$   $A$  e  $B$  serão mutuamente exclusivos?
11. Três companhias  $A$ ,  $B$  e  $C$  disputam a obtenção do contrato de fabricação de um foguete meteorológico. A chefia do departamento de vendas de  $A$  estima que sua companhia tem probabilidade igual à da companhia  $B$  de obter o contrato, mas que por sua vez é igual a duas vezes a probabilidade de  $C$  obter o mesmo contrato. Determine a probabilidade de  $A$  ou  $C$  obter o contrato.
12. Qual é a probabilidade de que os aniversários de doze pessoas sejam em meses diferentes?
13. Numa caixa com 40 moedas, 5 apresentam duas caras, 10 são normais (cara e coroa) e as demais apresentam duas coroas. Uma moeda foi retirada ao acaso e pelo menos uma de suas faces era uma coroa. Qual a probabilidade de a outra face desta moeda também ser uma coroa?
14. Uma pessoa possui 5 livros diferentes de Matemática, 2 livros diferentes de Química e 3 livros diferentes de Física, que serão dispostos aleatoriamente em uma prateleira. Calcule as probabilidades de que os livros de cada assunto fiquem juntos.
15. Uma urna de sorteio contém 90 bolas numeradas de 1 a 90, sendo que a retirada de uma bola é equiprovável à retirada de cada uma das demais. Retira-se aleatoriamente uma das 90 bolas desta urna. Calcule a probabilidade de o número desta bola ser um múltiplo de 5 ou de 6.
16. Considere o conjunto  $D = \{n \in \mathbb{N}; 1 \leq n \leq 365\}$  e  $H \subset P(D)$  formado por todos os subconjuntos de  $D$  com 2 elementos. Escolhendo ao acaso um elemento  $B \subset H$ , calcule a probabilidade de a soma de seus elementos ser 183.
17. Pedro e João combinaram de lançar uma moeda 4 vezes. Pedro postou que, nesses 4 lançamentos, não apareceriam 2 caras seguidas; João aceitou a aposta. Quem tem maior chance de ganhar a aposta?
18. Três cones circulares  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , possuem raios  $R$ ,  $R/2$  e  $R/4$ , respectivamente. Sabe-se que possuem a mesma altura e que  $C_3 \subset C_2 \subset C_1$ . Escolhendo-se aleatoriamente um ponto de  $C_1$ , qual a probabilidade de que esse ponto esteja em  $C_2$  e não esteja em  $C_3$ ?
19. Há 10 postos de gasolina em uma cidade. Desses 10, exatamente dois vendem gasolina adulterada. Foram sorteados aleatoriamente dois desses 10 postos para serem fiscalizados. Qual é a probabilidade de que os dois postos infratores sejam sorteados?
20. Um cubo de lado  $2a$  possui uma esfera circunscrita nele. Qual é a probabilidade de, ao ser sorteado um ponto interno da esfera, esse ponto ser interno ao cubo?

21. Um dado cúbico, não viciado, com faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Em cada lançamento, anota-se o número obtido na face superior do dado, formando-se uma sequência  $(a,b,c)$ . Qual é a probabilidade de que  $b$  seja sucessor de  $a$  e que  $c$  seja sucessor de  $b$  OU que  $a, b$  e  $c$  sejam primos?
22. Três estudantes  $A, B$  e  $C$  estão em uma competição de natação. Os estudantes  $A$  e  $B$  têm a mesma probabilidade de vencer e cada um tem o dobro da probabilidade de vencer que o estudante  $C$ . Admitindo-se que não haja empate na competição, encontre a probabilidade de  $B$  ou  $C$  vencer.
23. Uma moeda honesta é lançada 10 vezes. Qual é a probabilidade de dar cara nos lançamentos 2, 4, 6 ou 8?
24. Sejam  $A$  e  $B$  eventos de um espaço amostral  $\Omega$  tais que  $P(A) = \frac{2}{3}$  e  $P(B) = \frac{4}{9}$ . Determine o valor máximo e mínimo de  $P(A \cap B)$ .

Respostas:

1. Definição
2.  $1/6$
3.  $3/8$  e  $1/2$
4.  $\frac{365!}{(365-n)! \cdot 365^n}$
5. Definição
6. Demonstração
7.  $7/15$
8.  $11/20, 1/2, 3/4, 3/10, 1/20, 9/20, 4/5$
9.  $7/18$
10.  $p = 1/2$
11.  $3/5$
12.  $5,4/10^5$
13.  $5/7$
14.  $1/420$
15.  $1/3$
16.  $1/730$
17. ambos tem a mesma chance
18.  $3/16$
19.  $1/45$
20.  $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$
21.  $31/216$
22.  $0,6$
23.  $15/16$
24. mínimo =  $1/9$  e máximo =  $4/9$