Universidade do Estado do Amazonas

Cálculo I – ESNMAT07

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe quatro problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	2,0
2	3,0
3	3,0
4	2,0
Total	10,0

Manaus, 13 de Novembro de 2019

I. Questões	II. Respostas à Caneta
01 (Vale 2,0 pontos) Determine a equação da reta tangente a curva $f(x)=x^3-7x^2+5$ em $x_0=1$. **Justifique!** **Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!**	**Equação da reta tangente:** $y+1=-11\cdot(x-1)$ **Justificativa:** Como $f'(x)=3x^2-14x$ então $f'(1)=3\cdot1^2-14\cdot1=-11$. Assim, a equação da reta tangente a curva em $x_0=1$ é dada por $y-f(1)=f'(1)(x-1)$. Ou seja, $y+1=-11\cdot(x-1)$.
02 (vale 3,0 pontos) Derive: **a)** $y=e^{senx^3}$ **b)** $y=(senx)^x$ **c)** $y=\cos(7^x)+\dfrac{\pi^e+\log_\pi x}{\ln(tgx)}$	**Respostas (a):** $y'=(senx^3)'\cdot e^{senx^3}$ $=3x^2\cdot\cos x^3\cdot e^{senx^3}$ **Respostas (b):** $y'=(senx)^x[x\cdot\ln(senx)]'$ $=(senx)^x\cdot\left[\ln(senx)+\dfrac{x\cdot\cos x}{senx}\right]$

Respostas (c):

$$y'=-7^x\cdot\ln 7\cdot sen(7^x)+\left(\frac{\frac{1}{x\ln\pi}\cdot\ln(tgx)-(\pi^e+\log_\pi x)\cdot\frac{sec^2x}{tgx}}{[\ln(tgx)]^2}\right)$$

03 (vale 1,5 pontos cada item) Utilizando a Regra de L'Hospital. Calcule:

a) $\lim_{x\to1}\dfrac{x^{100}-x^2+x-1}{x^{10}-1}$ $\frac{0}{0}$

b) $\lim_{x\to0^+}(x^x)$

Resposta (a): 99/10

Justificativa:

$$= \lim_{x\to1}\frac{100x^{99}-2x+1}{10x^9} = \frac{99}{10}.$$

Resposta (b): 1

Justificativa:

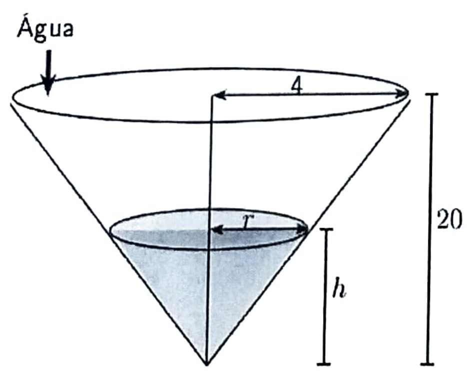
$$\Rightarrow \lim_{x\to0^+} x^x = \lim_{x\to0^+} e^{\ln x^x}$$

$$= \lim_{x\to0^+} e^{x\ln x}$$

$$= \lim_{x\to0^+} e^{\left(\frac{\ln x}{1/x}\right)} \quad -\frac{\infty}{\infty}$$

$$= \lim_{x\to0^+} e^{\left(\frac{1/x}{-1/x^2}\right)} = \lim_{x\to0^+} e^{-x} = 1.$$

04 (vale 2,0 pontos). Um tanque tem a forma de um cone invertido, tendo altura de 20 m e raio de 4 m. A água está fluindo para dentro do tanque a uma taxa de 2 m³/min. Quão rápido se eleva o nível de água no tanque quando a água estiver com 5 m de profundidade? **Justifique!**



Resposta: $(2/\pi)$ m/min

Justificativa:

Temos que:

$$\boxed{\frac{dV}{dt} = 2\ m^3/min}$$

Como $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$ e

$\frac{4}{r} = \frac{20}{h}$ (semelhança de triângulos)

então $V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{5}\right)^2 \cdot h$. Ou seja,

$V = \frac{\pi}{3}\cdot\frac{h^3}{25}$. Assim,

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{25}\cdot h^2 \cdot \frac{dh}{dt}$$

logo, $\left.\frac{dh}{dt}\right|_{h=5} = \frac{\cancel{25}}{\pi}\cdot\frac{1}{\cancel{25}}\cdot 2 = \frac{2}{\pi}$ m/min