

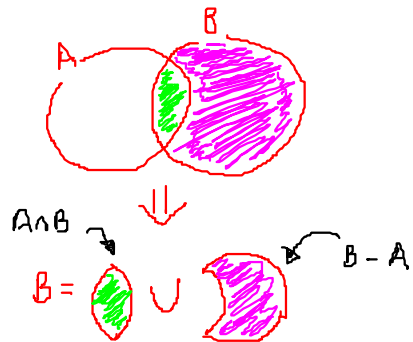
QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

Objetivo deste documento: Ajudar estudantes que almejam uma vaga nas escolas técnicas FNE e IFAM ou no Colégio Militar de Manaus e não tem condições de pagar um cursinho preparatório. Que seja de grande valia como estou pensando. Constantemente vou está acrescentando mais resposta e substituindo este documento pelo mais atualizado. Deus os abençoe.

“A religião pura e imaculada para com Deus e Pai, é esta: Visitar os órfãos e as viúvas nas suas tribulações, e guardar-se da corrupção do mundo.” Tiago 1.27.

31. Sejam A e B dois conjuntos de modo que $A \cap B = \{2, 4, 5\}$. Considere os conjuntos $\{x/x \in A \text{ e } x \notin B\} = \{0, 6\}$ e $\{x/x \in B \text{ e } x \notin A\} = \{1, 3\}$. Desse modo, o conjunto B é igual a:

- a) $\{0, 2, 3, 4, 6\}$
- b) $\{0, 2, 4, 5, 6\}$
- c) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- d) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$
- e) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$



Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Um conjunto B qualquer sempre é formado pela união de seus elementos exclusivos (elementos que pertencem somente a ele) com os elementos de sua interseção com outros conjuntos. Logo, temos

$$B = (B - A) \cup (A \cap B) = \{x/x \in B \text{ e } x \notin A\} \cup (A \cap B) \\ = \{1, 3\} \cup \{2, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

A matemática que você entende.

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa e).

32. O menor número natural que deve ser somado a 1420 para que o resultado seja um quadrado perfeito é:

- a) 24
- b) 32
- c) 49
- d) 80
- e) 81

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A resposta é 24, uma vez que $\sqrt{1444} = 38$.

Outra solução:

$$\begin{array}{r|l} 1420 & 2 \\ 710 & 2 \\ 355 & 5 \\ 71 & 71 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 2^2 \cdot 355$$

$$2^2 \cdot 355 + 2^2 \cdot x = \text{Quadrado Perfeito.}$$

$$x_{\min} = 6, \text{ pois } 19^2 = 361.$$

$$2^2 \cdot x = 24 \quad \#$$

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

33. Escrevendo $10^8 - 10^7 - 9 \cdot 10^6$ como um produto de fatores primos, o expoente do fator 3 é igual a:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Observe que:

$$\begin{aligned}10^8 - 10^7 - 9 \cdot 10^6 &= 10^6(10^2 - 10 - 9) \\&= 10^6 \cdot 81 \\&= 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^6\end{aligned}$$

Logo, ao escrever o número dado como um produto de fatores primos, o expoente do fator 3 é igual a 4.

34. O resultado da expressão numérica $\frac{9\sqrt{8} - 6\sqrt{27}}{3\sqrt{18} - \sqrt{243}}$ é um número:

- a) irracional
- b) natural primo
- c) inteiro ímpar
- d) inteiro divisor de 3
- e) racional não inteiro

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Temos:

$$\frac{9\sqrt{8} - 6\sqrt{27}}{3\sqrt{18} - \sqrt{243}} = \frac{9\sqrt{2 \cdot 4} - 6\sqrt{3 \cdot 9}}{3\sqrt{2 \cdot 9} - \sqrt{3 \cdot 81}} = \frac{18\sqrt{2} - 18\sqrt{3}}{9\sqrt{2} - 9\sqrt{3}} = \frac{18}{9} = 2.$$

Logo, a alternativa correta é a b).

35. Simplificando-se a expressão algébrica $(2x-3)^2 + 2 \cdot (2x-3) \cdot 3 + 9$, obtém-se o resultado:

- a) $2x^2$
- b) $4x^2$
- c) $4x^2 - 18$
- d) $2x^2 - 18$
- e) $2(x^2 + 18)$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

$a = 2x - 3$ e $b = 3$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A expressão dada é um trinômio quadrado perfeito, onde o primeiro termo é igual a $(2x-3)$ e o segundo igual a 3. Assim,

$$\begin{aligned}(2x-3)^2 + 2 \cdot (2x-3) \cdot 3 + 9 &= ((2x-3) + 3)^2 \\&= (2x)^2 = 4x^2.\end{aligned}$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa b).

Professor MSc. Alessandro Monteiro
www.matematicamonteiro.com

Note que p/ $x=1$
a expressão é igual
a 4. E nas alterna-
tivas, somente b) $4x^2$
é igual a 4 para
o mesmo valor.

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

36. Simplificando-se a expressão $(n+1)^2 - (n-1)^2$ o resultado obtido é:

- a) n
- b) 2n
- c) 4n
- d) $2n^2$
- e) 2

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A maneira mais rápida de resolver esta questão é lembrando que

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab.$$

Pois, deste modo teremos

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n.$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa b).

Obs.: Mas você pode atribuir valores a n, ou abrir os quadrados...

ex) $n=1$, por exemplo,

temos:

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4$$

↓

$$c) 4n = 4$$

37. Observe a sequência de igualdades:

$$2^2 - 0^2 = 4 = 4 \cdot 1$$

$$4^2 - 2^2 = 12 = 4 \cdot 3$$

$$6^2 - 4^2 = 20 = 4 \cdot 5$$

$$8^2 - 6^2 = 28 = 4 \cdot 7$$

...

$$2012^2 - 2010^2 = 4 = 4 \cdot 2011$$

Com base nesses resultados, podemos afirmar que o valor da soma $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2011$ é:

- a) 4048154
- b) 2024072
- c) 2012036
- d) 1024072
- e) 1012036

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Fazendo a soma telescópica, membro a membro, podemos notar que do lado direito haverá o cancelamento em diagonal restando apenas $2012^2 - 0^2$ e do lado esquerdo obtemos o quádruplo da soma pedida. Portanto, podemos concluir que

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2011 = \frac{2012^2 - 0^2}{4} = 1006^2 = 1012036.$$

O que encontra-se na alternativa e).

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

38. A ligação rodoviária entre Manaus e Itacoatiara é feita por ônibus em 5 horas e 20 minutos. Considerando-se viagens sem interrupções e à mesma velocidade, o ônibus que sai de Manaus às 9 horas e o que sai de Itacoatiara às 7 horas vão se encontrar na estrada às:

- a) 10 horas e 10 minutos
- b) 10 horas e 20 minutos
- c) 10 horas e 40 minutos
- d) 11 horas e 10 minutos
- e) 11 horas e 40 minutos

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Seja x o horário de encontro. Assim,

$$(x-9) + (x-7) = \frac{16}{3},$$

pois 5 horas e 20 minutos equivalem a 5 horas mais um terço de hora.

Resolvendo a equação acima encontramos $x = \frac{32}{3}h$, o que equivale a 10 h e 40 minutos. Logo, a alternativa correta é a letra c).

39. Com o objetivo de estimular a reciclagem do alumínio utilizado em latas de refrigerantes estava trocando 20 latas vazias de refrigerantes por uma cheia. Nessa perspectiva, a razão entre o valor da lata de refrigerante vazia e o valor do refrigerante contido em uma lata é:

- a) $\frac{1}{19}$
- b) $\frac{1}{20}$
- c) $\frac{1}{21}$
- d) $\frac{19}{20}$
- e) $\frac{20}{21}$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Sejam LV: o valor da lata vazia e LC: o valor da lata cheia, temos:

$$\frac{\left(\text{Valor da lata vazia} \right)}{\left(\text{Valor do refrigerante} \right)} = \frac{LV}{LC - LV} = \frac{LV}{20LV - LV} = \frac{LV}{19LV} = \frac{1}{19}.$$

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa a).

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

40 Três feirantes receberam 120 tomates, cada um, para vender na feira. Resolveram vender tomates pelos preços indicados na ilustração abaixo:

Três tomates por R\$ 1,00	Cinco tomates por R\$ 1,50	Oito tomates por R\$ 2,50
		
Feirante 1	Feirante 2	Feirante 3

Considerando que todos os tomates foram vendidos pelos preços anunciados, podemos afirmar que:

- a) o menor valor das vendas foi do feirante 3
- b) o maior valor das vendas foi do feirante 2
- c) o feirante 1 vendeu seus tomates por R\$ 36,00
- d) o feirante 2 vendeu seus tomates por R\$ 40,00
- e) o feirante 3 vendeu seus tomates por R\$ 37,50

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Temos:

- i) valor das vendas do feirante 1: $\frac{120}{3} \cdot 1 = 40$ reais.
- ii) valor das vendas do feirante 2: $\frac{120}{5} \cdot 1,5 = 36$ reais.
- iii) valor das vendas do feirante 3: $\frac{120}{8} \cdot 2,5 = 37,5$ reais.

$$\begin{array}{rcl} 8 \text{ tomates} & \text{---} & 2,50 \\ 120 \text{ tomates} & \text{---} & x \\ \downarrow & & \\ 8x & = & 120 \cdot 2,50 \\ \downarrow & & \\ x & = & \frac{120 \cdot 2,50}{8} \end{array}$$

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa e).

41. Um proprietário de concessionária de automóveis novos vendeu dois carros idênticos, ambos adquiridos na fábrica pelo mesmo preço. Com as vendas, obteve lucros individuais de 14% e 18% sobre o preço de fábrica. O lucro final do proprietário, em relação ao investimento realizado, foi de:

- a) 16%
- b) 18%
- c) 32%
- d) 17%
- e) 15%

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Para facilitar, vamos supor que o preço de fábrica dos automóveis seja de 100 reais. Assim, como ele obteve lucros individuais de 14% e 18%, o preço de venda foi respectivamente de 114 reais e 118 reais. Logo, temos que o lucro final do proprietário em relação ao investimento foi de $\frac{32}{200} \cdot 100\% = 16\%$.

$$\text{Lucro} = 32 \text{ reais} \implies \text{Lucro em porc.} =$$

$$\frac{32}{200} \cdot 100\%$$

O QUE EU QUERO

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

42. Em um cinema há dois valores para os ingressos – um para adultos e outro para as crianças. Três adultos e uma criança pagam R\$ 40,00 pelos ingressos, enquanto dois adultos e duas crianças pagam R\$ 32,00. A diferença entre o preço do ingresso de um adulto e de uma criança é:

- a) R\$ 8,00
- b) R\$ 7,00
- c) R\$ 6,00
- d) R\$ 5,00
- e) R\$ 4,00

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Sejam:

A: preço do ingresso de um adulto

C: preço do ingresso de uma criança

Temos:

$$\begin{cases} 3A + C = 40 \\ 2A + 2C = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3A + C = 40 \\ A + C = 16 \end{cases} \Rightarrow A = 12 \text{ e } C = 4.$$

(Handwritten note: The second equation is divided by 2, indicated by a blue arrow and "÷2".)

(Handwritten solution in blue and green ink):

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3A + C = 40 \\ A + C = 16 \end{cases} \\ & \hline & 2A = 24 \\ & \Downarrow \\ & A = 12 \Rightarrow C = 4 \end{aligned}$$

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa a).

43. Dois amigos iniciaram um jogo, cada um com 50 pontos. O primeiro jogador, por cada partida perdida, repassava 3 pontos para o segundo jogador. O segundo jogador, por cada partida perdida, repassava 2 pontos para o primeiro jogador. Ao final de 10 partidas, o total de pontos do segundo jogador era o triplo do primeiro. O segundo jogador ganhou:

- a) 5 partidas
- b) 6 partidas
- c) 7 partidas
- d) 8 partidas
- e) 9 partidas

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Seja x a quantidade de partidas que o 1º jogador perdeu. Assim, ao final de 10 partidas, o 2º jogador perdeu $(10 - x)$ partidas e cada jogador ficou respectivamente com:

$$50 - 3x + 2(10 - x) \text{ e } 50 - 2(10 - x) + 3x, \text{ pontos.}$$

Deste modo, como no final o total de pontos do segundo jogador era o triplo do primeiro, então $50 - 2(10 - x) + 3x = 3(50 - 3x + 2(10 - x))$. Ou seja, $x = 9$.

Portanto, o 2º jogador ganhou 9 partidas.

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa e).

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

44. Pedro está lendo um livro de 200 páginas. Os números de páginas lidas e o de não lidas são diretamente proporcionais a 8 e 2. Para terminar o livro, Pedro ainda precisa ler:

- a) 20 páginas
- b) 30 páginas
- c) 40 páginas
- d) 60 páginas
- e) 80 páginas

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Sejam L o número de páginas lidas e N o número de páginas não lidas, temos:

i) $L + N = 200$;

ii) $\frac{L}{8} = \frac{N}{2}$;

Assim, temos que

$$\frac{L + N}{8 + 2} = \frac{N}{2} \Rightarrow \frac{200}{10} = \frac{N}{2} \Rightarrow N = 40.$$

Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ então
 $\frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$
entre outros...

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa c).

45. Três construtoras pavimentaram 150 km de uma estrada em 100 dias. Uma das construtoras abandonou a obra restando 90 km da estrada para ser pavimentada. As duas construtoras que ficaram, mantendo a mesma força de trabalho, devem concluir a obra em:

- a) 72 dias
- b) 75 dias
- c) 80 dias
- d) 90 dias
- e) 96 dias

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Quanto mais comprimento de estrada tivermos para pavimentar, de mais construtoras e dias iremos precisar, assim:

$$\frac{150}{90} = \frac{3}{2} \cdot \frac{100}{x} \Rightarrow x = 90.$$

$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 100}{x}$
 $x = 90$

Portanto devem concluir a obra em 90 dias.

46. O conjunto solução, em $R - \{1\}$, da equação $\frac{3}{4} + \frac{x-6}{x-1} = \frac{9}{x-1}$ é:

- a) $\{3\}$
- b) $\{4\}$
- c) $\{5\}$
- d) $\{7\}$
- e) $\{9\}$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Note que:

$$\frac{3}{4} + \frac{x-6}{x-1} = \frac{9}{x-1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{15-x}{x-1} \Rightarrow 7x = 63 \Rightarrow x = 9.$$

Logo, a resposta correta encontra-se na alternativa e).

OUTRA SOLUÇÃO:

$$\frac{3}{4} + \frac{x-1-5}{x-1} = \frac{9}{x-1}$$
$$\frac{3}{4} + 1 = \frac{14}{x-1}$$
$$\frac{14}{x-1} = \frac{7}{4} = \frac{14}{8}$$

$x = 9$

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

47. Resolvendo, em $R - \{-3, 3\}$, a equação $\frac{2}{x-3} = \frac{1-x^2}{x^2-9} - \frac{x+2}{x+3}$ encontramos o conjunto solução:

a) $\left\{1, \frac{1}{3}\right\}$

b) $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$

c) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

d) $\left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$

e) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Note que:

$$\begin{aligned}\frac{2}{x-3} = \frac{1-x^2}{x^2-9} - \frac{x+2}{x+3} &\Leftrightarrow \frac{2}{x-3} + \frac{x+2}{x+3} = \frac{1-x^2}{x^2-9} \\ &\Leftrightarrow \frac{2x+6+x^2+2x-3x-6}{x^2-9} = \frac{1-x^2}{x^2-9} \\ &\Leftrightarrow x^2+x=1-x^2\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+x-1=0$$

$$\Leftrightarrow x=-1 \text{ ou } x=1/2.$$

Logo, o conjunto solução, em R , é dado por $S = \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$.

48. O valor de k para que a função quadrática $f(x) = 3x^2 + (k-1)x + 2$ admita valor mínimo em $x = -1$ é:

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

O valor mínimo de uma função quadrática da forma $ax^2 + bx + c = 0$ é atingido em

$x_v = \frac{-b}{2a}$. Logo, temos

$$\frac{-(k-1)}{2 \cdot 3} = -1 \Rightarrow k = 7.$$

O que encontramos na alternativa c).

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

49. Se m e n são as raízes da equação $x^2 - 6x + 4 = 0$, então o valor da expressão $\frac{m}{n} + \frac{n}{m}$ é igual a:

- a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):
Primeiramente note que:

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn}.$$

Como $m+n = -\frac{b}{a} = -\frac{(-6)}{1} = 6$ e $mn = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} = 4$, então:

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{36 - 8}{4} = \frac{28}{4} = 7.$$

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa d).

50. Dois triângulos são semelhantes e o perímetro de um deles é o quádruplo do perímetro do outro. A razão entre as áreas do maior e do menor triângulo é:

- a) 2 b) 4 c) 8 d) 16 e) 32

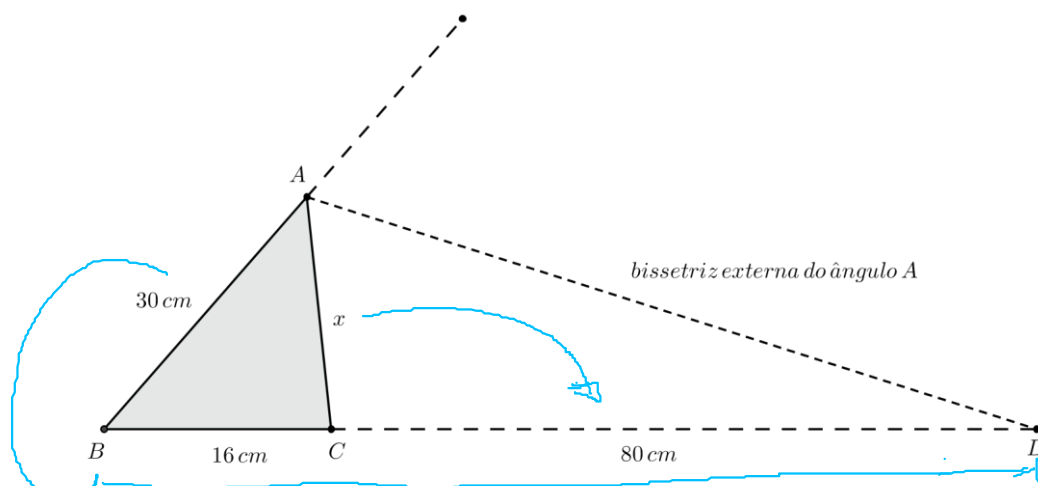
Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A razão entre as áreas é igual ao quadrado da razão de semelhança. Como a razão de semelhança entre o triângulo maior e o menor é igual a 4, uma vez que o perímetro de um é o quádruplo do perímetro do outro, então a razão entre as áreas do maior e do menor triângulo é igual a 16.

51. Num triângulo, o maior lado mede 30 cm e o menor lado 16 cm. Ao prolongar 80 cm o menor lado, este interceptará a bissetriz externa do ângulo oposto a ele. O terceiro lado do triângulo mede:

- a) 26 cm b) 25 cm c) 24 cm d) 23 cm e) 22 cm

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):



Seja a figura acima. Usando o Teorema da Bissetriz Externa, temos:

$$\frac{30}{96} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = 25 \text{ cm.}$$

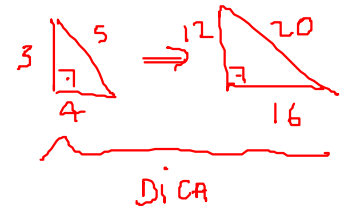
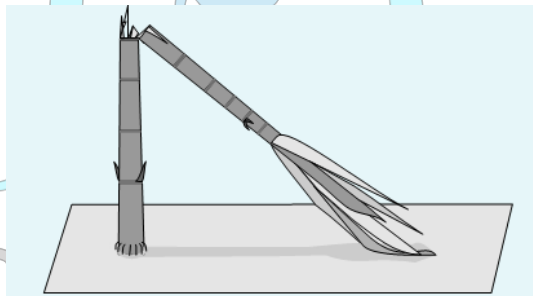
Observação: Na tentativa de colocarmos $AB = x$ e $AC = 30$ cm, encontraremos $x = 36$ cm, que é um absurdo, uma vez que 30 cm é o maior lado do triângulo. E isso garante uma única resposta.

Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa b).

52. “Um bambu de 32 côvados, erguendo-se verticalmente sobre um terreno horizontal, é quebrado em um certo ponto pela força do vento. Sua extremidade vem tocar a terra a 16 côvados do seu pé. Dize, matemático: a quantos côvados do pé ele se quebrou?”

O problema acima é de origem chinesa, fazia parte da obra “Chiu Chang Suan Shu” (A Matemática em Nove Capítulos), de aproximadamente 200 a.c., de autoria do matemático Chuan Tsanom. Recebeu essa redação do matemático Bhaskara, que viveu na Índia no século XII, autor das importantes obras: *Lilavati* e *Vija-Ganita*. A solução do problema é:

- a) 12 côvados
- b) 14 côvados
- c) 15 côvados
- d) 16 côvados
- e) 18 côvados



Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

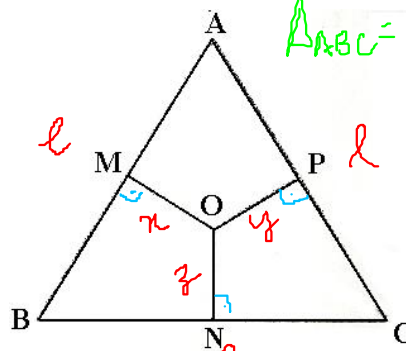
Sendo x a medida do pé até o ponto de quebra, temos pelo Teorema de Pitágoras que:

$$(32-x)^2 = x^2 + 16^2.$$

Onde desenvolvendo encontramos $x = 12$. Logo, ele se quebrou a 12 côvados do pé.

53. Na figura abaixo, o ponto O é o centro do triângulo equilátero ABC cuja área é $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Os pontos M , N e P são médios dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AC}$, respectivamente. O valor de $OM + ON + OP$ é igual a:

- a) $6\sqrt{3} \text{ cm}$
- b) $4\sqrt{3} \text{ cm}$
- c) $8\sqrt{3} \text{ cm}$
- d) 6 cm
- e) 8 cm



$$\begin{aligned} A_{ABC} &= A_{OAB} + A_{OBC} + A_{OAC} \\ &= \frac{\frac{l}{2} \cdot x}{2} + \frac{\frac{l}{2} \cdot y}{2} + \frac{\frac{l}{2} \cdot z}{2} \\ \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} &= \frac{l}{2} (x + y + z) \\ \Downarrow \\ x + y + z &= \frac{l\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

altura

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

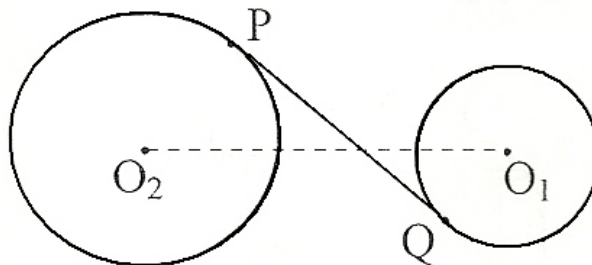
Esta questão é uma das mais bonitas desta prova, não pelo enunciado em si, mas pelo resultado que está por trás. Se pegarmos um ponto interno a um triângulo equilátero, independente de está no seu centro ou não, a soma de suas distâncias aos lados é sempre igual a altura do triângulo. Isso é fácil de ser demonstrado!

Com isso, como a área de um triângulo equilátero em função de sua altura h é dada por $\frac{h^2\sqrt{3}}{3}$, então temos que

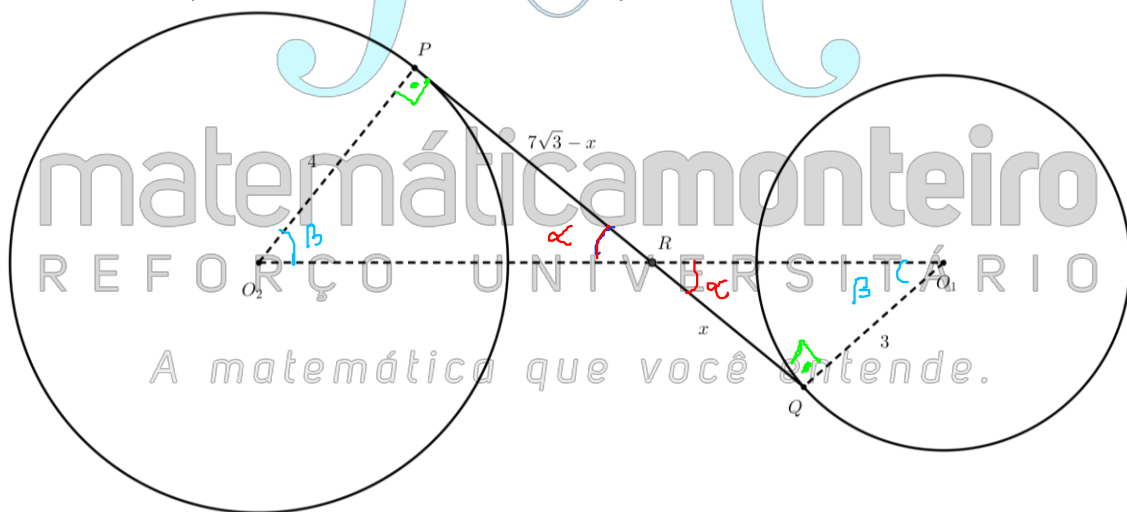
$$\frac{h^2\sqrt{3}}{3} = 12\sqrt{3} \Rightarrow h = 6 \Rightarrow OM + ON + OP = 6.$$

54. Na figura abaixo, o segmento $\overline{PQ}$ é tangente comum interior e mede $7\sqrt{3}$ cm. Sendo 4 cm e 3 cm as medidas dos raios das circunferências, a distância entre os centros O_1 e O_2 é igual a:

- a) 12 cm
- b) 13 cm
- c) 14 cm
- d) 15 cm
- e) 16 cm



Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):



Seja a figura acima. Fazendo $QR = x$, temos que $PR = 7\sqrt{3} - x$. Como os triângulos PRO_2 e QRO_1 são semelhantes (para isso, note que os ângulos PRO_2 e QRO_1 são opostos pelo vértice e que O_2PR e O_1QR são retos, uma vez que o raio é perpendicular a tangente), então

$$\frac{7\sqrt{3} - x}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 3\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Com isso, aplicando-se o Teorema de Pitágoras nos triângulos PRO_2 e QRO_1 , encontramos $O_2R = 8$ cm e $O_1R = 6$ cm. Logo, $O_1O_2 = 14$ cm.

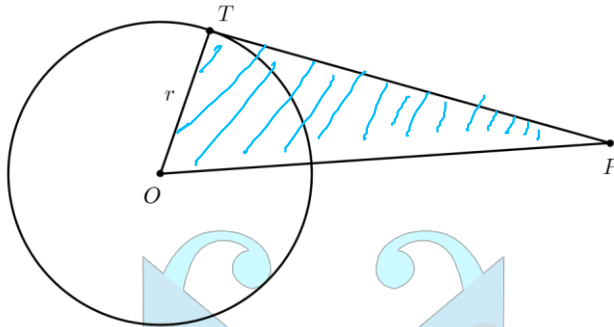
Portanto, a resposta correta encontra-se na alternativa c).

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

55. Um ponto P é exterior a uma circunferência e raio r e centro O, e a reta $\overrightarrow{PT}$ é tangente à circunferência em T. Sabendo-se que a medida do ângulo formado pelos segmentos de retas $\overline{PO}$ e $\overline{PT}$ é 30° , podemos afirmar que a medida do segmento $\overline{PO}$ é igual a:

- a) $1,5r$ b) $2r$ c) $3r$ d) $2,5r$ e) $3,5r$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):



Seja a figura acima. Como o triângulo TPO é reto em T, então

$$\text{sen}30^\circ = \frac{r}{PO} \Rightarrow PO = 2r.$$

A resposta correta está na alternativa b).

56. Um número inteiro positivo que é igual à soma dos seus próprios divisores – excluindo-se dentre esses divisores o próprio número – é denominado “número perfeito”. Por exemplo: o número 496 é perfeito, pois $496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$. Assinale a única alternativa em que consta um número perfeito.

- a) 24
b) 28
c) 32
d) 36
e) 48

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A resposta correta está na alternativa b), pois $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$.

Quatro curiosidades:

Até hoje...

- i) Ninguém conseguiu encontrar um número perfeito ímpar.
- ii) Todo número perfeito é par e sempre termina em 6 ou 8.
- iii) Eles sempre são da forma $2^{p-1}(2^p - 1)$, onde p é primo.
- iv) Os primos da forma $2^p - 1$ são conhecidos como primos de Mersenne.

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

57. Sabendo-se que c para todo número n natural não nulo, o valor da expressão numérica $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012}$ é:

- a) $\frac{2011}{2012}$ b) $\frac{2012}{2011}$ c) $\frac{2010}{2011}$ d) $\frac{1}{2012}$ e) $\frac{1}{2011}$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

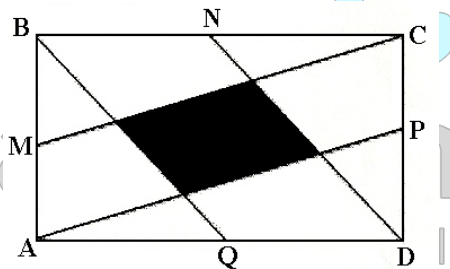
Como $\frac{1}{(n+1) \cdot n} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$, então:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{2011 \cdot 2012} &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2011} + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2012} \\ &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2012} = \frac{2011}{2012}. \end{aligned}$$

A resposta correta está na alternativa a).

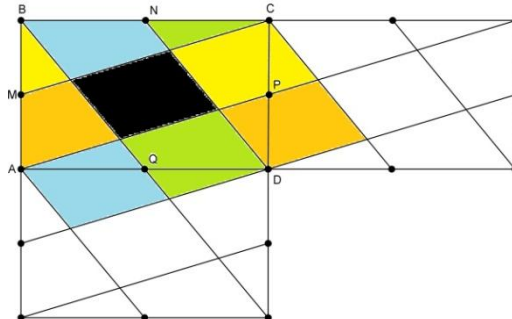
58. No retângulo ABCD da figura abaixo, M, N, P e Q são pontos médios dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{AD}$, respectivamente. A área da região sombreada, em relação à área do retângulo, corresponde a:

- a) 15%
b) 20%
c) 22,5%
d) 24%
e) 25%



Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

Cabem exatamente cinco figuras idênticas a que está sombreada no retângulo ABCD. Veja a figura abaixo para entender melhor.



Logo, a área sombreada representa 20% da área do retângulo.

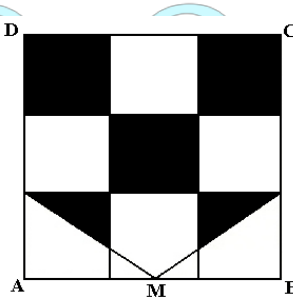
QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.

59. A pipa ou papagaio é um brinquedo sazonal de origem oriental e foi trazido para a América Portuguesa no século XVI. O poeta Thiago de Mello, em sua obra “Arte e ciência de empinar papagaio”, demonstra uma linguagem própria utilizada pelas crianças, no início do século XX, na região do Amazonas, ao vivenciarem essa atividade lúdica. *Imbicar* ou *embicar* designa o movimento de descer verticalmente a pipa de cabeça para baixo; *aparar* é pegar pela rabiola o papagaio de outro menino e descer com ele até sua mão; *papocar* é quando a linha se rompe sozinha; *quedar* é o verbo para quem é cortado. Palavras que até hoje são encontradas nas bocas das crianças.

Fonte: JOGOS E BRINCADEIRAS TRADICIONAIS: UM PASSEIO PELA HISTÓRIA – Elizabeth Lannes Bernardes.

Suponha que o papel que cobre o papagaio da ilustração acima foi feito a partir do quadrado ABCD da figura abaixo, que foi dividido em nove quadrados menores congruentes. Sendo $AB = 30$ cm e M o ponto médio do lado $\overline{AB}$, o valor que mais se aproxima da área sombreada na figura é:

- a) $333,3 \text{ cm}^2$
- b) $353,3 \text{ cm}^2$
- c) $356,3 \text{ cm}^2$
- d) $366,7 \text{ cm}^2$
- e) $386,7 \text{ cm}^2$



Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

A área dos três quadrados sombreados é dada por $3 \cdot 10^2 = 300 \text{ cm}^2$. E a área dos triângulos sombreados é $\frac{200}{3} = 66,666... \text{ cm}^2$. Para isso, faça a altura do triângulo igual x, por semelhança de triângulos teremos:

$$\frac{x}{10-x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{20}{3} \text{ cm} \Rightarrow \text{área dos triângulos} = \frac{10 \cdot \frac{20}{3}}{2} \cdot 2 = \frac{200}{3} \text{ cm}^2.$$

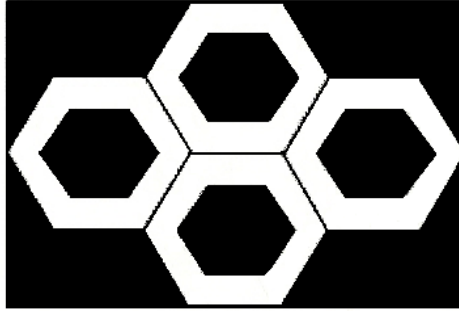
Logo, a resposta correta está na alternativa d).

60. **Mosaico** ou **arte musiva**, é de origem Alemã. É um embutido de pequenas peças (tesselas) de pedra ou de outros materiais como plástico, areia, papel ou conchas. O objetivo do desenho é preencher algum tipo de plano, como pisos e paredes.

Fonte: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Mosaico>

O mosaico da figura abaixo é formado por um retângulo que tem no seu interior quatro hexágonos regulares, e no interior de cada hexágono, um hexágono regular menor com centro comum ao maior, Sabendo-se que o lado menor do retângulo mede 8 cm e o lado do hexágono menor mede $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$, a área **não** sombreada na figura é igual a:

QUESTÕES DE MATEMÁTICA DO PROC. SELETIVO DA FUNDAÇÃO NOKIA
DE ENSINO – FNE 2011/2012 COM GABARITO COMENTADO.



- a) $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ b) $20\sqrt{3} \text{ cm}^2$ c) $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ d) $28\sqrt{3} \text{ cm}^2$ e) $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Uma solução (Professor Alessandro Monteiro):

O lado menor do retângulo é igual ao quádruplo da altura de um dos triângulos equiláteros formados no hexágono maior. Assim, sendo L o lado do hexágono maior, temos

$$4 \cdot \frac{L\sqrt{3}}{2} = 8 \Rightarrow L = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}.$$

Logo, sendo l o lado do hexágono menor, a área não sombreada é dada por:

$$4 \cdot \left(\frac{3L^2\sqrt{3}}{2} - \frac{3l^2\sqrt{3}}{2} \right) = 6\sqrt{3} \cdot (L^2 - l^2) = 6\sqrt{3} \cdot (L+l) \cdot (L-l) = 6\sqrt{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Portanto, a resposta correta está na alternativa c).

matematicamonteiro
REFORÇO UNIVERSITÁRIO

GABARITO				
31	32	33	34	35
E	A	D	B	B
36	37	38	39	40
C	E	C	A	E
41	42	43	44	45
A	A	E	C	D
46	47	48	49	50
E	E	C	D	D
51	52	53	54	55
B	A	D	C	B
56	57	58	59	60
B	A	B	D	C

www.matematicamonteiro.com

Deus abençoe!